



---

**MATEMÁTICAS. PROBLEMA 1**

1. Sea  $y$  una función de  $x$ . Para  $x > 0$  hallar la solución general de la siguiente ecuación diferencial. **[3 puntos]**

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y + \sqrt{x^2 + y^2}}{x}$$

2. Obtener la solución particular si  $y(1) = 0$ . **[1,5 puntos]**

3. Representar la función que es solución del apartado 2 indicando puntos de corte con los ejes, máximos, mínimos e intervalos de crecimiento y decrecimiento. **[1.5 puntos]**

4. Para  $x \neq 0$ , hallar la solución general de la siguiente ecuación diferencial en función del parámetro  $a$ . **[4 puntos]**

$$x y^2 \left( x \frac{dy}{dx} + y \right) = a^2$$

Indicación  $\int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}} = \text{Ln} (x + \sqrt{1+x^2}) + C$

DILIGENCIA: La presente documentación se publica  
con fecha: 14 MAR 2017



---

**MATEMÁTICAS. PROBLEMA 2**

1. Sea  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $F(x) = \int_0^x e^{-t^2} dt$ .

Calcular razonadamente  $F'(x)$  para  $x \in \mathbb{R}$  [1 punto]

2. Calcula el siguiente límite  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(x) - x}{x^2}$  [1 punto]

3. Demuestra que la función

$$f(x) = e^x + x^3 - 6x - 2$$

se anula en al menos tres puntos del intervalo  $[-3, 3]$ . [2 punto]

4. Demuestra que la función del apartado 3 no puede anularse en más de tres puntos. [2 punto]

5. Sea la elipse  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  donde  $a, b \in \mathbb{R}$ . Calcula las coordenadas de los vértices del triángulo isósceles de área máximo inscrito en dicha elipse, que tiene un vértice en el punto  $(0, b)$  y tiene base paralela al eje de abscisas. [4 puntos]



### FÍSICA. PROBLEMA 1

El asteroide Ícaro se llama así porque tiene una órbita elíptica muy excéntrica que le acerca mucho al Sol en su perihelio. La excentricidad  $e$  de una elipse viene definida por la relación  $r_p = a(1-e)$ , donde  $r_p$  es la distancia al perihelio y  $a$  el semieje mayor.

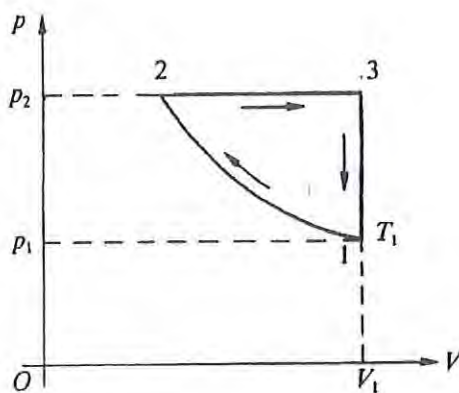
Ícaro tiene una excentricidad de 0,83, su periodo es de 1,1 años y su masa es  $3 \times 10^{12}$  kg. La masa del Sol es  $M_S = 2 \times 10^{30}$  kg, la constante de gravitación universal es  $G = 6.67 \times 10^{-11}$  N m<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>.

1. Determine el semieje mayor de la órbita de Ícaro. **[4 puntos]**
2. Determine las distancias del perihelio y del afelio de la órbita de Ícaro. **[3 puntos]**
3. Determine la razón de las velocidades orbitales en el perihelio y en el afelio,  $v_p/v_a$ . **[3 puntos]**



## FÍSICA. PROBLEMA 2

Un cierto número de moles de un gas perfecto describe el ciclo de la figura en un diagrama presión-volumen, siendo conocidos los valores de las variables en ella expresada ( $T_1, V_1, p_1, p_2$ ), así como el calor molar a volumen constante ( $c_v$ ) y la constante de los gases perfectos ( $R$ ).



Datos:  $T_1, V_1, p_1, p_2, c_v, R$

1. Suponiendo la transformación 1-2 isoterma **[4 puntos]**

Determinar en función de los datos conocidos:

a) El valor de  $T$  y  $V$  en los vértices 2 y 3

El calor, el trabajo, la variación de energía interna y la variación de entropía puestos en juego en las transformaciones:

b) 1-2 isoterma

c) 2-3 isobara

d) 3-1 isocora



2. Suponiendo la transformación 1-2 adiabática **[6 puntos]**

Determinar en función de los datos conocidos:

a) El valor de  $T$  y  $V$  en los vértices 2 y 3

El calor, el trabajo, la variación de energía interna y la variación de entropía puestos en juego en las transformaciones:

b) 1-2 adiabática

c) 2-3 isobara

d) 3-1 isocora

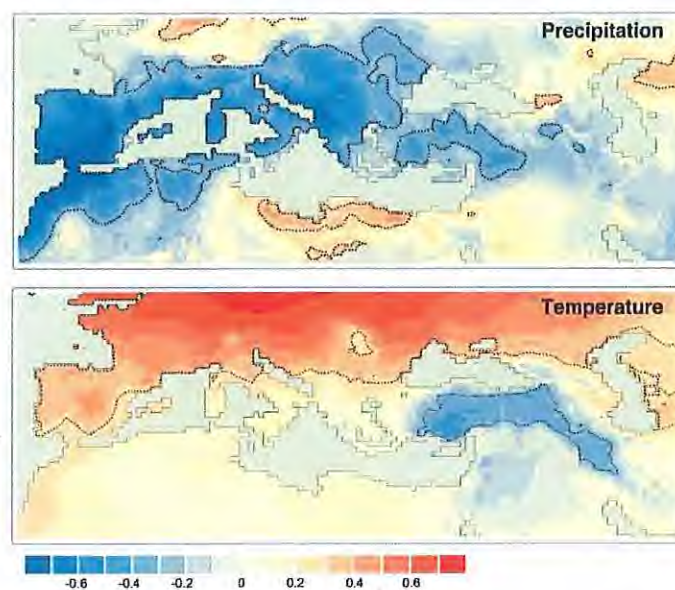
**Nota:** Se considera el siguiente criterio de signos para el Primer Principio de la Termodinámica  $Q = W + \Delta U$



---

### METEOROLOGÍA Y CLIMATOLOGÍA. PROBLEMA 1

1. La correlación entre el índice de la Oscilación del Atlántico Norte (NAO, de sus siglas en inglés) y la precipitación y la temperatura en la zona mediterránea para el periodo 1950–2005 se muestra en las siguientes figuras. Las líneas punteadas señalan áreas de valores de correlación estadísticamente significativos al nivel del 95%.



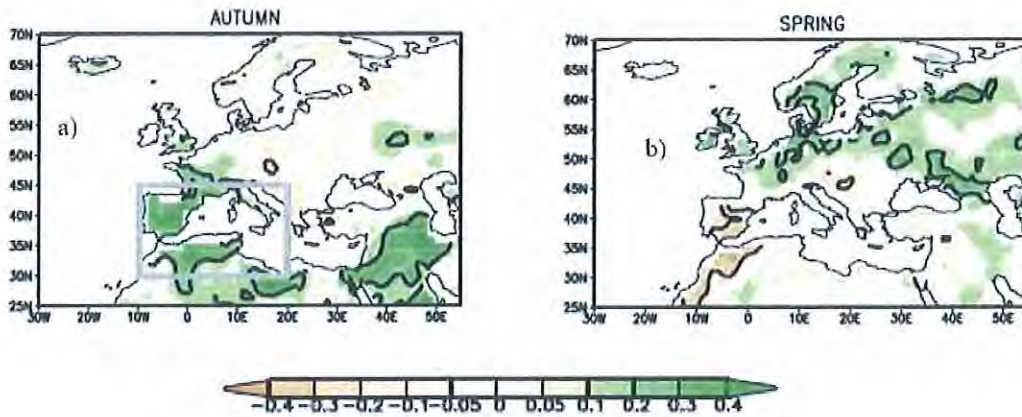
[J.I. López-Moreno et al. Global and Planetary Change 77 (2011), 62–76]

Explique la relación existente entre la NAO y las variables precipitación y temperatura teniendo en cuenta el signo del valor del índice. **[4 puntos]**

2. Explique la influencia del fenómeno ENSO en Europa en otoño y primavera a la vista del mapa de correlaciones entre en índice El Niño-3 y las anomalías de precipitación mostradas en la figura. La figura de la izquierda muestra los resultados para el otoño y la figura de la derecha para la primavera. La escala de colores indica los valores del coeficiente de correlación. **[4 puntos]**

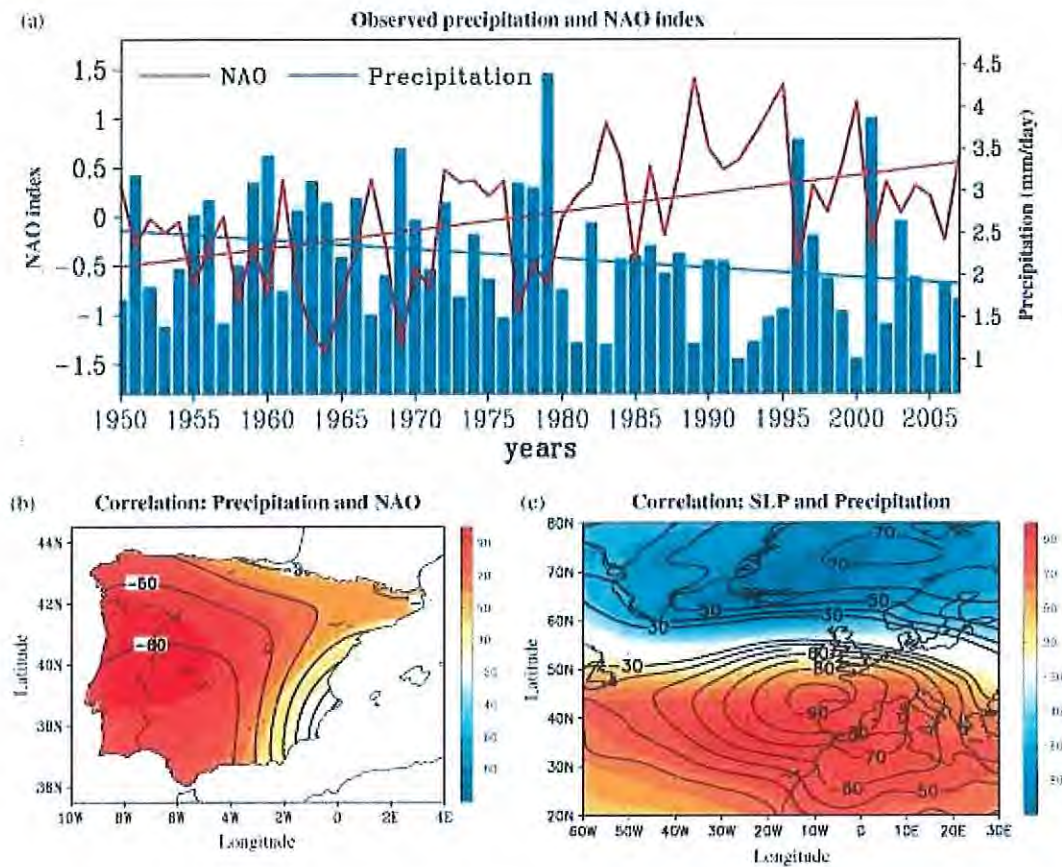


TERCER EJERCICIO



[Informe CLIVAR-ES: Climate in Spain: past, present and future. Regional climate change assessment report, 2010]

3. En la figura (a) se muestran los valores de precipitación en la península ibérica (azul) y del índice NAO (rojo) para el periodo 1950-2007, en la (b) se muestra la correlación entre ambos y en la figura (c) se muestra la correlación entre el índice NAO y la presión a nivel del mar en la zona del Atlántico Norte.



[International Journal of Climatology, 30, 1807-1815, DOI: 10.1002/joc.2035]

Describe el significado de cada una de estas figuras y calcule el valor de la tendencia en la precipitación y en el índice NAO a partir de los valores mostrados en la figura (a). **[4 puntos]**

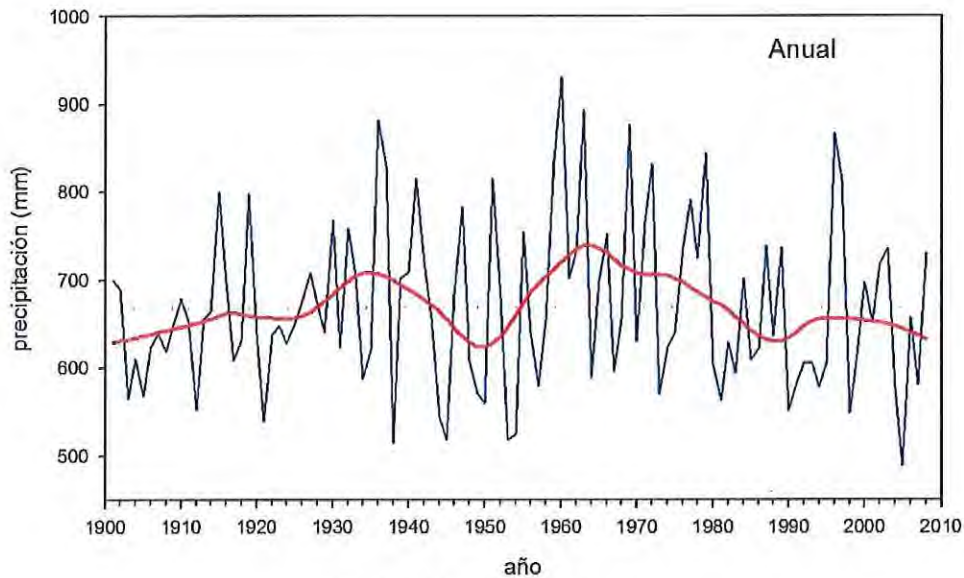
4. A la vista de la figura y de la tabla de datos anexa que muestran los valores de precipitación anual para la Península Ibérica para el periodo 1901-2008 determine los valores de la precipitación media y de la tendencia en tres periodos distintos: 1901-1950, 1951-2008 y 1901-2008. La línea azul representa los valores de precipitación anual, la línea roja representa la precipitación suavizada mediante una media móvil de 5 términos y la línea punteada el valor medio. **[8 puntos]**





Tribunal Calificador de las Pruebas Selectivas para el acceso al  
Cuerpo de Diplomados en Meteorología del Estado, por el sistema general de acceso libre  
(Orden AAA/901/2016, de 7 de junio; BOE 139, de 9 de junio)

TERCER EJERCICIO



[Luna et al. 2012. Adv. Sci. Res., 8]

AÑO	PRECIPTACION
1901	699.9
1902	689.7
1903	565.2
1904	610.3
1905	568.0
1906	623.9
1907	640.4
1908	618.7
1909	649.0
1910	679.3
1911	653.4
1912	553.2
1913	656.4
1914	664.3
1915	800.4
1916	697.7
1917	608.9
1918	632.4
1919	798.1
1920	638.4
1921	539.5
1922	638.6
1923	647.9
1924	628.4

AÑO	PRECIPTACION
1949	571.6
1950	559.9
1951	816.0
1952	680.2
1953	518.9
1954	525.2
1955	754.5
1956	641.0
1957	579.3
1958	654.1
1959	836.9
1960	931.4
1961	702.1
1962	734.0
1963	893.7
1964	589.2
1965	698.4
1966	752.3
1967	597.0
1968	655.4
1969	877.5
1970	630.5
1971	766.2
1972	831.9

AÑO	PRECIPTACION
1997	813.9
1998	548.9
1999	615.3
2000	698.4
2001	652.2
2002	717.3
2003	736.4
2004	578.2
2005	488.1
2006	657.0
2007	581.0
2008	730.9



Tribunal Calificador de las Pruebas Selectivas para el acceso al  
Cuerpo de Diplomados en Meteorología del Estado, por el sistema general de acceso libre  
(Orden AAA/901/2016, de 7 de junio; BOE 139, de 9 de junio)

TERCER EJERCICIO

---

1925	650.5	1973	569.9
1926	676.1	1974	623.4
1927	708.8	1975	641.0
1928	671.6	1976	737.9
1929	641.1	1977	792.3
1930	768.2	1978	725.0
1931	622.7	1979	844.3
1932	758.6	1980	605.0
1933	704.9	1981	563.4
1934	588.4	1982	629.4
1935	620.4	1983	594.3
1936	882.2	1984	701.7
1937	829.7	1985	610.2
1938	514.4	1986	622.1
1939	701.5	1987	739.7
1940	709.9	1988	636.6
1941	815.4	1989	737.9
1942	720.6	1990	552.0
1943	657.2	1991	583.1
1944	544.1	1992	605.6
1945	518.4	1993	606.6
1946	684.1	1994	578.6
1947	783.6	1995	605.6
1948	608.6	1996	867.9

NOTA:

La pendiente de la recta de regresión para la tendencia  
es:

$$P = \frac{\sum x_i y_i - \bar{x} \bar{y}}{\frac{\sum x_i^2}{N} - \bar{x}^2}$$



### METEOROLOGÍA Y CLIMATOLOGÍA. PROBLEMA 2

1. En el observatorio de la ciudad de Limoges ( $45^{\circ}\text{N}$ ,  $02^{\circ}\text{E}$ ) se ha medido una presión de 1020 hPa. Considerando que se encuentra dentro de un gran anticiclón estacionario, 1000km al E de su centro, ¿Cuál será el valor máximo posible de la presión en el centro del anticiclón, asumiendo que este es circular? **[6 puntos]**

2. Dos días después, el observador de Limoges decide hacer una gran ruta en bici y se dirige hacia París, situada al N, a una velocidad de  $20 \text{ km h}^{-1}$ . Si la presión en superficie aumenta hacia el NW en  $3 \text{ Pa km}^{-1}$ , ¿Cuál será la tendencia de la presión en el observatorio de Limoges si el observador se ha llevado un barómetro portátil con el que mide una disminución de la presión de  $100 \text{ Pa/3 h}$ ? **[4 puntos]**

3. La temperatura media en la capa entre 700 hPa y 500 hPa decrece hacia el SE aproximadamente  $5 \text{ K/100 km}$ . Si en el nivel de 700 hPa el viento geostrófico es del S y tiene una velocidad de  $20 \text{ m/s}$ , calcule la velocidad y la dirección del viento geostrófico a 500 hPa. **[6 puntos]**

4. Calcule también cuál es la advección de temperatura media en la capa entre 700 hPa y 500 hPa. **[4 puntos]**

Considérese la densidad del aire  $\rho=1,14 \text{ kg m}^{-3}$  y la velocidad angular de la tierra  $\Omega=7,292 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ .